
(Name) (Vorname) (Matrikelnummer)

FH AACHEN UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

19.07.2021

Klausur zum Fach
Höhere Mathematik 2 für Elektrotechnik

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel:

- mein Buch „Höhere Mathematik kompakt“ (als Buch oder ausgedruckt) und das Skript zum zweiten Teil (jeweils inklusive handschriftlicher Eintragungen),
- zwei (doppelseitig) handgeschriebene Formelblätter,
- ein einfacher Taschenrechner (nicht grafikfähig).

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Die Klausureinsicht findet voraussichtlich am 27.07. statt.

Mit Ihrer Unterschrift bestätigen Sie, dass Sie die obigen Klausurbedingungen gelesen haben, und dass alle 9 Aufgaben in gut leserlichem Druck vorliegen.

____

(Unterschrift)

Viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Bon.	Σ
Max	6	10	8	10	10	6	12	10	14	4	86+4

Note:

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Die Punkte P_1 und P_2 sollen in kartesischen, in Zylinder- und in Kugelkoordinaten dargestellt werden. Ergänzen Sie die fehlenden Angaben.

	kart.-KO	Zylinder-KO	Kugel-KO
P_1	$x = 2$ $y = 2$ $z = 0$	$\rho =$ $\varphi =$ $z =$	$r =$ $\varphi =$ $\vartheta =$
P_2	$x =$ $y =$ $z =$	$\rho = 1$ $\varphi = \pi$ $z = 1$	$r =$ $\varphi =$ $\vartheta =$

Aufgabe 2 $(4 + 6 = 10$ Punkte)

Sei

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3,\ f(x,y) \ = \begin{pmatrix} y \cdot \mathrm{e}^{xy} \\ xy^2 \\ (3x+y)^2 \end{pmatrix}.$$

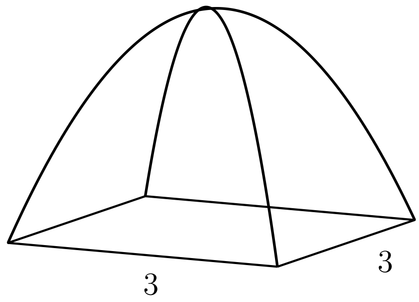
a) Geben Sie die Jacobimatrix zu f an.

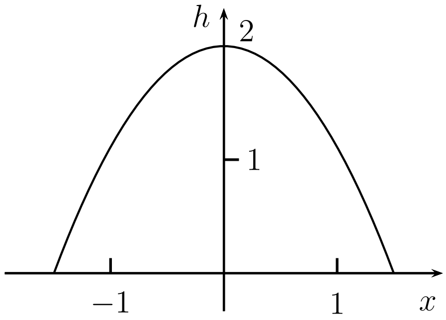
b) Sei $(x_0, y_0) = (0, 1)$.

Geben Sie mit Hilfe von $f(x_0, y_0)$ und der Jacobimatrix an der Stelle (x_0, y_0) eine (lineare) Näherung an für $f(0.05, 0.9)$.

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Welches Volumen V hat das unten links dargestellte Iglu-Zelt über einer quadratischen Grundfläche mit Seitenlänge $3\,\mathrm{m}$ und Höhe $2\,\mathrm{m}$, das in der Seitenansicht von der Parabel $h = 2 - \frac{8}{9}x^2$, $(x \in [-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}])$ (s. Skizze unten rechts) berandet wird, genauso in der y-Richtung?





Aufgabe 4 $(5+5=10$ Punkte)

Gegeben ist das Vektorfeld

$$\vec{F}:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3,\quad \vec{F}(x,y,z)=\begin{pmatrix} ax^2y^2+bx \\ xy^3+cyz^3 \\ z^d \end{pmatrix}$$

mit Parametern $a,b,c\in\mathbb{R}$ und $d\in\mathbb{N}$.

a) Geben Sie Parameterwerte a,b,c,d an, so dass für alle $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$ gilt:

$$\operatorname{div}\vec{F}(x,y,z) \;=\; 5.$$

b) Welchen Wert hat für die Parameterwerte aus a) das Flächenintegral $\iint \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{A}$, wobei die Fläche A die Oberfläche der Kugel K_2 mit Radius 2 um den Ursprung ist?

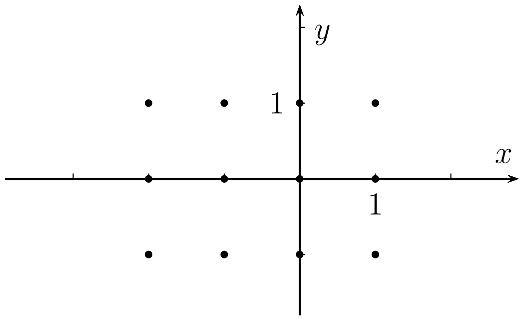
(Hinweis: Die Lösungen der beiden Aufgabenteile können unabhängig voneinander berechnet werden.)

Aufgabe 5 (4 + 6 = 10 Punkte)

Betrachtet wird die Differenzialgleichung

$$y' = \frac{x}{y^2+1}.$$

a) Zeichnen Sie in das Diagramm an den markierten zwölf Punkten ($x = -2, -1, 0, 1$, $y = -1, 0, 1$) die Richtungselemente für das Richtungsfeld der Differenzialgleichung.



b) Führen Sie zwei Schritte des Euler-Verfahrens zur Lösung des Anfangswertproblems mit $y(-2) = 1$ zu der Differenzialgleichung, Schrittweite 0.5, aus.

Aufgabe 6 (6 Punkte)

Geben Sie die allgemeine Lösung $y(t)$ zur Differenzialgleichung

$$y'' + 4y' + 5y \;=\; 0$$

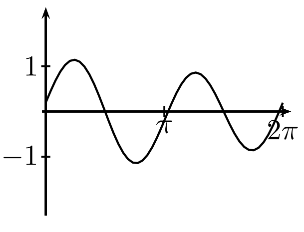
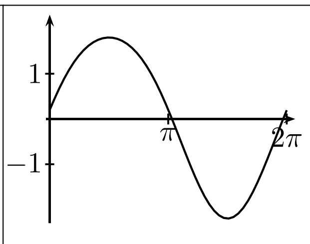
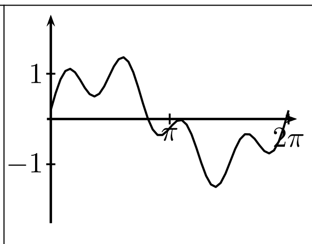
an.

Aufgabe 7 (12 Punkte)

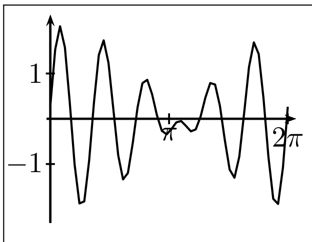
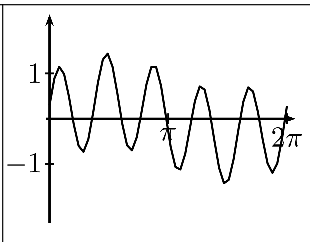
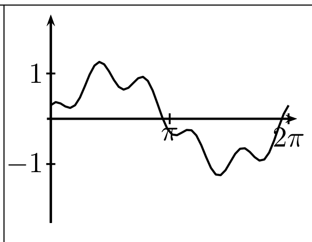
Welche der Bilder werden durch die übliche Fourierreihe mit den angegebenen Fourierkoeffizienten dargestellt? Alle nicht angegebenen Fourierkoeffizienten sind jeweils gleich Null.

Kreuzen Sie jeweils die richtige Antwortmöglichkeit (3 Punkte) oder „Enthaltung“ (1.5 Punkte) an.

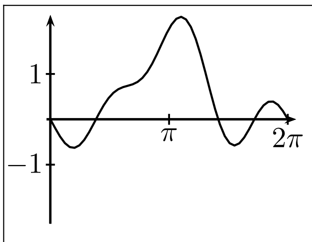
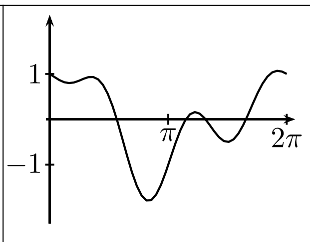
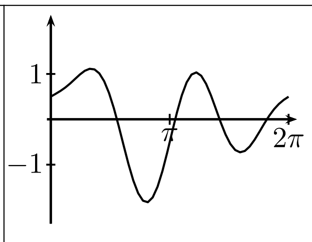
a) $a_1 = 0.2, \quad b_2 = 1$

			Enthal-tung

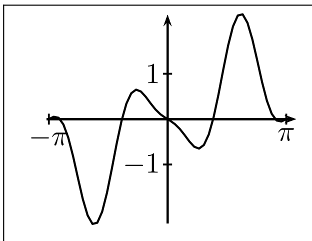
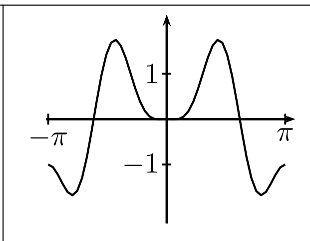
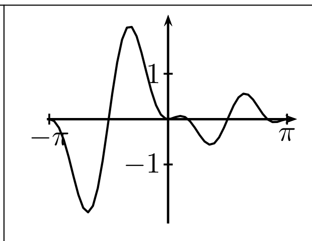
b) $a_5 = 0.3, \quad b_1 = 1$

			Enthal-tung

c) $a_0 = 1, \quad a_1 = -1, \quad a_2 = 0.5, \quad b_3 = -0.5$

			Enthal-tung

d) $a_1 = 1, \quad a_2 = -1, \quad a_3 = -0.5, \quad a_4 = 0.5$ (Tipp: Symmetrie!)

			Enthal-tung

Aufgabe 8 ($3 + 7 = 10$ Punkte)

a) Wie lautet die Laplace-Transformierte $F(s)$ zu

$$f(t) \;=\; \mathrm{e}^{3t} \cdot \cos(4t)?$$

b) Welche Funktion $f(t)$ besitzt als Laplace-Transformierte

$$F(s) \;=\; \frac{2s+2}{s^2 - 4s + 8}?$$

Aufgabe 9 ($3+3+2+4+2=14$ Punkte)

Bei einem Fußballspiel kann man die Zeit zwischen zwei Toren bzw. von Beginn an bis zum nächsten Tor näherungsweise als exponentialverteilt annehmen.

a) Wie wahrscheinlich ist bei $\lambda = 0.02\,\mathrm{min}^{-1}$, dass die Mannschaft innerhalb von 30 Minuten ein Tor schießt?

b) Welchen Parameter λ kann man einer Mannschaft zuordnen, wenn sie in 30% der vergangenen Spiele innerhalb einer Halbzeit (45 Minuten) mindestens ein Tor geschossen hat?

c) Welchen Parameter λ kann man einer Mannschaft zuordnen, wenn sie in den vergangenen Spielen im Durchschnitt nach 40 Minuten ein Tor geschossen hat?

d) Zwei Mannschaften mit Parametern $\lambda_1 = 0.01\,\mathrm{min}^{-1}$ für Mannschaft 1 und $\lambda_2 = 0.015\,\mathrm{min}^{-1}$ für Mannschaft 2 spielen gegeneinander.

   Wie wahrscheinlich ist, dass Mannschaft 1 das Spiel zu 0 (also kein Tor für Mannschaft 2) gewinnt?

e) Hat die Mannschaft mit dem größeren oder dem kleineren Parameterwert eine größere Gewinnwahrscheinlichkeit für ein Spiel? Begründen Sie Ihre Aussage!