
(Name) (Vorname) (Matrikelnummer)

FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

01.03.2021

Klausur zum Fach
Höhere Mathematik 2 für Elektrotechnik

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel:

- mein Buch „Höhere Mathematik kompakt“ (als Buch oder ausgedruckt) und das Skript zum zweiten Teil (jeweils inklusive handschriftlicher Eintragungen),
- zwei (doppelseitig) handgeschriebene Formelblätter,
- ein einfacher Taschenrechner (nicht grafikfähig).

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Das Verlassen des Hörsaals während der Klausur ist nicht gestattet.

Mit Ihrer Unterschrift bestätigen Sie, dass Sie die obigen Klausurbedingungen gelesen haben, und dass alle 9 Aufgaben in gut leserlichem Druck vorliegen.

(Unterschrift)

Viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Σ
Max	8	10	8	9	12	6	6	9	12	80

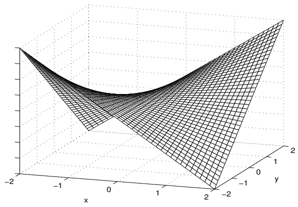
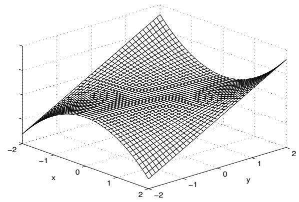
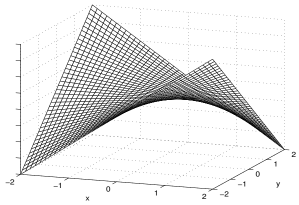
Note:

Aufgabe 1 (8 Punkte)

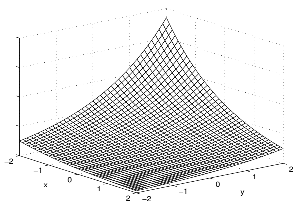
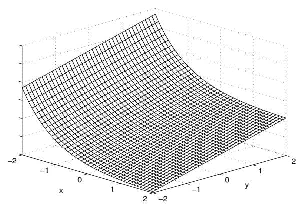
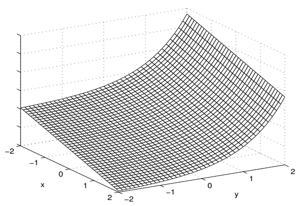
Kreuzen Sie jeweils an, welches Bild die angegebene Funktion darstellt.

Jedes richtige Kreuz zählt +2, jedes falsche −2 Punkte; kein Eintrag zählt 0 Punkte.

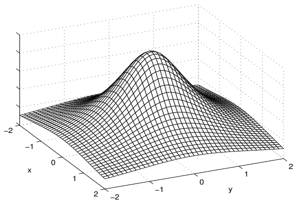
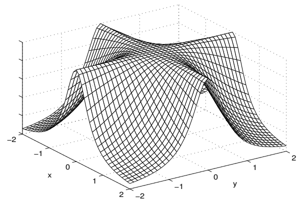
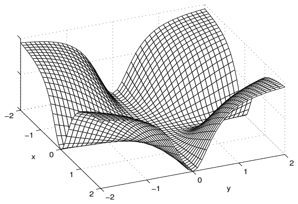
a) $f(x, y) = x \cdot y$

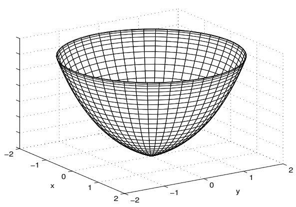
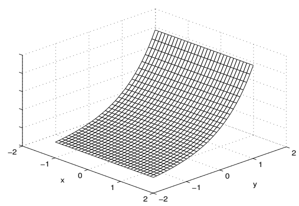
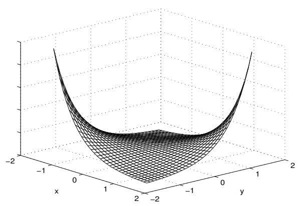
b) $f(x, y) = \mathrm{e}^y - x$

c) $f(x, y) = \frac{1}{1+(x \cdot y)^2}$

d) $f(r, \varphi) = \mathrm{e}^r$ (in Polarkoordinaten gegeben)

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Sei

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2,\ f(x,y) \ = \ \begin{pmatrix} x \cdot \mathrm{e}^{xy} - 2 \\ x^2 - y - 3 \end{pmatrix}.$$

Führen Sie ausgehend von $\binom{x_0}{y_0} = \binom{1}{0}$ zwei Schritte des Newton-Verfahrens zur Bestimmung einer Nullstelle von f aus.

Aufgabe 3 ($2 + 6 = 8$ Punkte)

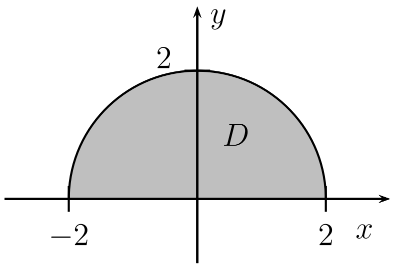
Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ sei in Polarkoordinaten gegeben durch

$$f(r, \varphi) \;=\; r^2 \cdot \sin\varphi.$$

a) Wie lautet die Darstellung von f in karthesischen Koordinaten?

(Sie brauchen Ihre Angabe nicht zu begründen.)

b) Berechnen Sie $\int\limits_D f(x, y)\,\mathrm{d}(x, y)$ zu D als dem unten dargestellten Halbkreis.



Aufgabe 4 $(3 + 6 = 9$ Punkte$)$

Sei $\Phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ in Kugelkoordinaten gegeben durch

$$\Phi(r, \varphi, \vartheta) \;=\; r^2 \cdot \sin\varphi \cdot \sin\vartheta \qquad \text{und} \qquad \vec{F} \;=\; \operatorname{grad}\Phi.$$

a) Geben Sie $\vec{F}$ in (lokalen) Kugelkoordinaten an.

b) Sei $\vec{s}(t)$ der Weg, der geradlinig vom Punkt $\left(\begin{smallmatrix}0\\2\\0\end{smallmatrix}\right)$ zum Punkt $\left(\begin{smallmatrix}1\\0\\1\end{smallmatrix}\right)$ führt.

   Welchen Wert hat das Wegintegral $\int \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{s}$?

Aufgabe 5 ($5 + 7 = 12$ Punkte)

Betrachtet wird die Differenzialgleichung

$$y'' + cy' + dy \;=\; 0$$

mit Parametern $c, d \in \mathbb{R}$.

a) Für welche c und d sind die Funktionen

$$y_1(t) \;=\; \mathrm{e}^{-2t}\cos(3t) \qquad \text{und} \qquad y_2(t) \;=\; \mathrm{e}^{-2t}\sin(3t)$$

Lösungen der Differentialgleichung?

b) Wie lautet eine Lösung y der Differentialgleichung mit den Werten c und d aus a), die die Anfangsbedingungen

$$y(0) = 1, \qquad y'(0) = -1$$

erfüllt?

(Hinweis: Diese Teilaufgabe können Sie auch ohne Bearbeitung von a) lösen.)

Aufgabe 6 (maximal 6, minimal 0 Punkte)

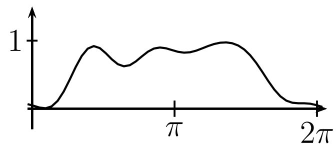
Kreuzen Sie an, ob die angegebenen Funktionen $u(x,t)$ Lösungen der entsprechenden partiellen Differenzialgleichung für $c = 1$ oder für $c = -1$ ist, oder ob sie weder für $c = 1$ noch für $c = -1$ eine Lösung ist.

Jedes richtige Kreuz zählt $+1$, jedes falsche -1 Punkte; kein Eintrag zählt 0 Punkte.

	$u(x,t) = \sin(x-t)$			$u(x,t) = \mathrm{e}^x \cdot \sin(t)$		
	$c = 1$	$c = -1$	weder noch	$c = 1$	$c = -1$	weder noch
$\frac{\partial}{\partial x}u = c \cdot \frac{\partial}{\partial t}u$						
$\frac{\partial^2}{\partial x^2}u = c \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2}u$						
$\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial t}u = c \cdot \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial}{\partial t}u$						

Aufgabe 7 (6 Punkte)

Betrachtet wird die Fourierreihe der rechts dargestellten Funktion f.



Nun werden einzelne Fourierkoeffizienten modifiziert.

Welches der Bilder unten entsteht durch die genannte Modifikation? Tragen Sie die entsprechende Nummer ein!

(Nicht alle Bilder kommen vor!)

	Bild-Nr.
a_0 wird um 2 erhöht	
a_1 wird um 2 erhöht	
b_1 wird um 2 erhöht	
a_3 wird um 2 erhöht	

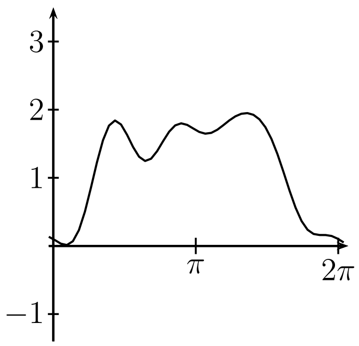


Bild 1

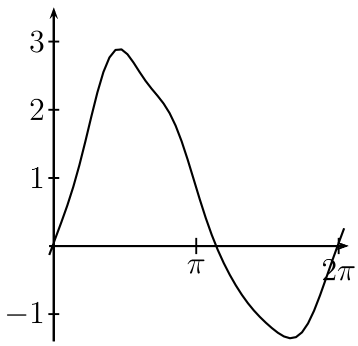


Bild 2

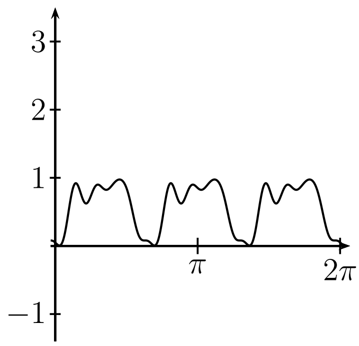


Bild 3

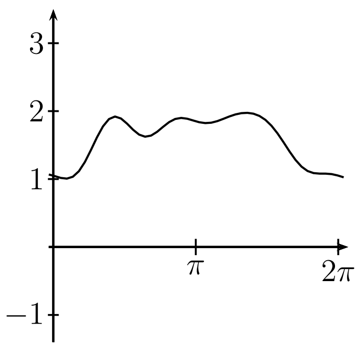


Bild 4

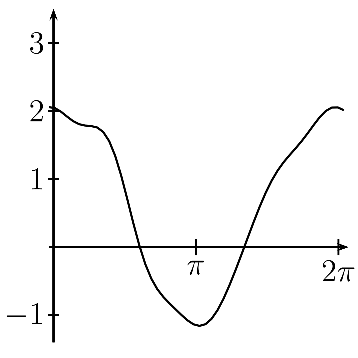


Bild 5

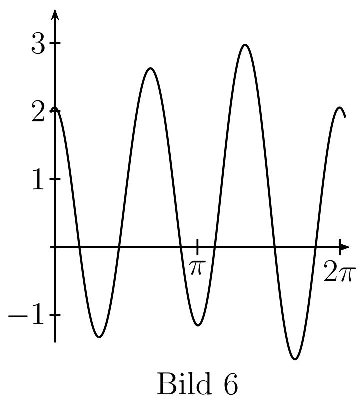


Bild 6

Aufgabe 8 ($3 + 6 = 9$ Punkte)

Welche Funktionen f_i besitzen die folgenden Laplace-Transformierten F_i?

a) $F_1(s) = \dfrac{1}{(3s+6)^2}$,

b) $F_2(s) = \dfrac{s+3}{s^2+4s+8}$.

Aufgabe 9 $(2 + 6 + 4 = 12$ Punkte)

Die Zufallsvariable X sei normalverteilt mit $\mu = 4$ und $\sigma = 1.5$. Die entsprechende Dichtefunktion sei f.

Indem man Ziehungsergebnisse, die kleiner als 2 oder größer als 5 sind, verwirft und solange neu zieht, bis man in den Bereich von 2 bis 5 kommt, erhält man eine neue Zufallsvariable Y. Diese hat die Dichtefunktion

$$g(y) \quad = \quad \begin{cases} c \cdot f(y), & \text{falls } y \in [2, 5], \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$$

mit einer geeigneten Konstanten c.

a) Skizzieren Sie g.

b) Welchen Wert hat c (ungefähr)?

c) Welchen Erwartungswert und welche Standardabweichung hat Y ungefähr. Kreuzen Sie den richtigen Wert an. (Sie brauchen Ihre Angabe nicht zu begründen)

Erwartungswert	
2	
2.8352	
3.5	
3.6447	
4	
4.143	

Standardabweichung	
-1.236	
0.152	
0.802	
1.5	
1.732	
3	