

Guter Studienstart (ETOS/BIOS/Nulltes Semester)
5. Übungsblatt zur Mathematik

Teil A

Aufgabe 1

Für welche Variablenwerte sind die folgenden Gleichungen erfüllt?

a) $x^2 \cdot x^4 = 9x^8$, b) $(4y)^{1.5} = \sqrt{y}$, c) $\frac{s}{\sqrt[3]{s}} = 2\sqrt[6]{s}$,
 d) $\frac{\sqrt[3]{x^2} \cdot x^{\frac{1}{3}}}{x^3} = \frac{1}{4}$, e) $6^a = 9 \cdot 2^a$, f) $6^{2c} = \frac{1}{2} \cdot 18^c$.

Aufgabe 2

Für welche Variablenwerte sind die folgenden Gleichungen erfüllt?

(Tipp: Nutzen Sie Logarithmenregeln zur Umformung!)

a) $\log_c 8 = 3$, b) $\log_2 z = 4$,
 c) $\log_5(b^2) + \log_5 b = 6$, d) $\log_2(8x) + \log_2(4x) + \log_2 \frac{x}{2} = 1$,
 e) $3 \cdot \log_{10} x + \log_{10} \sqrt{x} = 7$, f) $\log_3 \sqrt{a} - \log_3 \sqrt[3]{a} = \frac{1}{3}$,
 g) $\log_3 x - \log_9 x = 1$, h) $\log_a 4 + \log_a 9 = 2$.

Aufgabe 3

- a) Falten Sie eine $\frac{1}{2}$ cm dicke Zeitung 10 bzw. 20 mal. Auf welche Dicken kommen Sie?
 b) Wie oft müssen Sie eine $\frac{1}{2}$ cm dicke Zeitung falten, um auf dem Mond (Entfernung ca. 300000km) zu landen, wie oft, um die Sonne (ca. 150 Millionen km entfernt) zu erreichen?

Versuchen Sie, die Lösungen ohne Taschenrechner abzuschätzen.

Aufgabe 4

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

(Entscheiden Sie sich, ohne den Taschenrechner zu benutzen!)

a) $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, b) $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,
 c) für alle $x > 0$ gilt $\sqrt[3]{x^2} = x\sqrt{x}$, d) für alle $x > 0$ gilt $\sqrt{x^3} = x\sqrt{x}$,
 e) $\log_5 9 = 3 \cdot \log_5 3$, f) $\log_2 10 = 2 \cdot \log_4 10$.

Teil B

Ihre Lösungen dieser Woche (zu allen Übungsblättern als EIN pdf-Dokument) laden Sie bitte spätestens **bis 18.04.** auf RWTH-Moodle hoch.

Abgabeaufgabe 5-1

Formen Sie die Terme mit Hilfe der Potenz- und Logarithmengesetze wie angegeben um. [je 1 Punkt]

- a) $a^{\log_a(2a)} + \log_a \sqrt[3]{a}$ [so weit wie möglich]
- b) $3 \cdot \log_a x - \frac{2}{3} \log_a y + 1$ [als einen Logarithmustrm $\log_a(\dots)$]
- c) $\frac{a(b^3)^{c+2} a^{3c}}{(\sqrt{a})^6 b^8}$ [als eine Potenz]

Abgabeaufgabe 5-2

Bestimmen Sie die Lösungen der Gleichungen. [je 1 Punkt]

- a) $2^{2x+1} - 8 \cdot 2^{1-3x} = 0.$
- b) $4(e^{2x} + 3e^x) = 40,$ [Tipp: Substitution: $z = e^x$].
- c) $\log_2(x^3) - \log_2(4x) = \log_2\left(\frac{x}{3}\right) - 2.$
- d) $\log_a 24 + \log_{a^2} 36 = 2.$

Abgabeaufgabe 5-3

Für den radioaktiven Zerfall eines Stoffs gilt die folgende Gleichung:

$$N(t) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_H}}.$$

Dabei bedeuten:

N_0 Menge des zu Beginn ($t = 0$) vorhandenen Stoffs

$N(t)$ Stoffmenge, die nach t Jahren noch vorhanden ist.

T_H Halbwertszeit: Zeitdauer [in Jahren], nach der der Stoff auf die Hälfte reduziert ist.

Bei der Reaktorkatastrophe von Tschernobyl im Jahr 1986 wurden auch große Mengen von radioaktivem Cäsium-137 (Halbwertszeit $T=30,2$ Jahre) freigesetzt. Man geht davon aus, dass in Deutschland 375 g davon niedergingen.

[je 1 Punkt]

- a) Wie viel davon ist jetzt (2021), also nach 35 Jahren noch vorhanden?
- b) Wann wird die Menge unter 5 g abgesunken sein?
- c) Eine Menge Plutonium 240 hat sich im selben Zeitraum durch Zerfall von 10 g auf 9,963 g reduziert. Berechnen Sie die Halbwertszeit von Plutonium 240.