

Guter Studienstart (ETOS/BIOS/Nulltes Semester)  
4. Übungsblatt zur Mathematik

Teil A

**Aufgabe 1**

Ist die folgende Aussage richtig oder falsch?

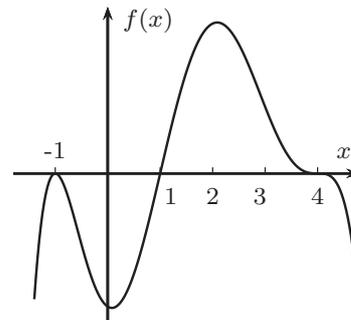
Hat ein Polynom dritten Grades zwei Nullstellen,  
so gibt es auch eine dritte Nullstelle.

**Aufgabe 2**

Die in der Skizze dargestellte Funktion hat die  
Gestalt

$$f(x) = a \cdot (x + 1)^{p_1} (x - 1)^{p_2} (x - 4)^{p_3}$$

mit einem Vorfaktor  $a$ , der gleich plus oder mi-  
nus Eins ist, und mit Potenzen  $p_k$ , die gleich 1,  
2 oder 3 sind.



Wie lautet die korrekte Darstellung von  $f$ ?

**Aufgabe 3**

Bestimmen Sie die reellen Werte  $x$ , für die gilt:

- |                             |                                    |
|-----------------------------|------------------------------------|
| a) $\sqrt{2 + 3x} = 2$ ,    | b) $\sqrt{x - 2} = \frac{1}{3}x$ , |
| c) $\sqrt{1 - x} = x - 2$ , | d) $\sqrt{32 - 16x} = x - 5$ ,     |
| e) $\sqrt{x + 2} = x$ ,     | f) $\sqrt{8 - 4x} = x - 3$ .       |

(Beachten Sie, dass Quadrieren keine Äquivalenzumformung ist; es können sich  
„falsche Lösungen“ einschleichen!)

**Aufgabe 4**

Für welche Variablenwerte sind die folgenden Gleichungen erfüllt?

- |                                  |                                     |
|----------------------------------|-------------------------------------|
| a) $\sqrt[5]{x^3 + 5} = 2$ ,     | b) $\sqrt[4]{s + 2} = \sqrt{s}$ ,   |
| c) $\sqrt[3]{a^3 + 7} - a = 1$ , | d) $\sqrt{2c - 2} = 1 + \sqrt{c}$ . |

## Teil B

Ihre Lösungen dieser Woche (zu allen Übungsblättern als EIN pdf-Dokument) laden Sie bitte spätestens **bis 18.04.** auf RWTH-Moodle hoch.

### Abgabeaufgabe 4-1

Berechnen Sie durch gezieltes Probieren und Polynomdivision oder Hornerchema alle Nullstellen der folgenden Funktionen.

a)  $f(x) = x^3 - x^2 - 7x + 7$  [1,5 Punkte]

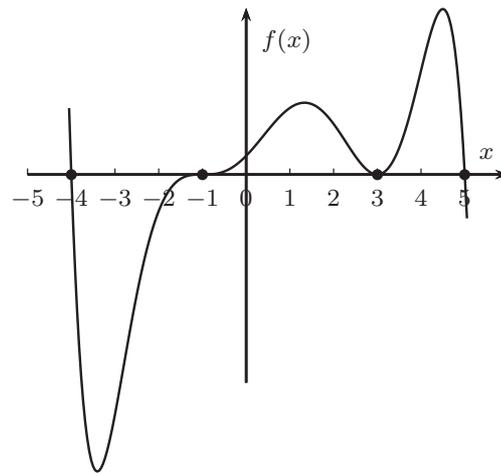
b)  $f(x) = x^4 - 2x^3 - 8x^2 - 6x - 1$  [1,5 Punkte]

### Abgabeaufgabe 4-2

Das Bild zeigt den Grafen einer ganz-rationalen Funktion mit den markierten ganzzahligen Nullstellen. Für den führenden Koeffizienten  $a$  gilt:  $|a| = \frac{1}{300}$ .

Bestimmen Sie den Funktionsterm einer passenden Funktion  $f$  mit möglichst kleinem Grad in einer vollständig faktorisierten Form.

[2 Punkte]



### Abgabeaufgabe 4-3

Gegeben ist die Funktion  $f$  zu

$$f(x) = \frac{x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 4x + 5}{x^2 - 4x - 5}.$$

Ferner sei bekannt, dass das Zähler- und das Nennerpolynom nur ganzzahlige Nullstellen haben.

Formen Sie nun den Funktionsterm  $f(x)$  auf zwei verschiedene Arten um:

a) Formen Sie den Term  $f(x)$  durch Polynomdivision um. [1 Punkt]

b) Faktorisieren Sie das Zähler- und das Nennerpolynom so weit wie möglich, indem Sie gezielt die Nullstellen der Polynome erraten. Vereinfachen Sie dann  $f(x)$ . [2 Punkte]

### Abgabeaufgabe 4-4

Bestimmen Sie die reellen Werte  $x$ , für die gilt:  $\sqrt{2x + 30} - 3 = x$ . [2 Punkte]