FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever | Günter Mänz

SS 2021

Guter Studienstart (ETOS/BIOS/Nulltes Semester)
14. Übungsblatt zur Mathematik

Teil A

Aufgabe 1

Manche chemische Reaktionen können in beiden Richtungen stattfinden, z.B. die Reaktion von $2NO_2$ (Stickstoffdioxid) zu N_2O_4 (Distickstofftetroxid) und umgekehrt die Rückreaktion von N_2O_4 in $2NO_2$.

Bei einer bestimmten Temperatur wandeln sich pro Minute 20% des vorhandenen NO_2 in N_2O_4 um und umgekehrt 30% des vorhandenen N_2O_4 in NO_2.

a) Welche Mengen NO_2 und N_2O_4 hat man nach einer Minute, wenn es anfangs 100g NO_2 und 150g N_2O_4 sind?

   Formulieren Sie den Zusammenhang als Matrix-Vektor-Multiplikation.

b) Wie ist es nach zwei und drei Minuten?

Aufgabe 2

Sei $M = \begin{pmatrix} 1 & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 1 \end{pmatrix}$.

a) Sei W der Einheitswürfel im $\mathbb{R}^3$. Berechnen Sie für jede Ecke $\vec{p}$ von W den Punkt $M \cdot \vec{p}$ und zeichnen Sie ihn in ein zweidimensionales Koordinatensystem. Verbinden Sie die Punkte, deren entsprechende Ecken in W durch eine Kante verbunden sind.

b) Zeigen Sie, dass $M \cdot \vec{p}$ die Projektion eines Punktes $\vec{p} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ auf die (x,z)-Ebene E_{xz} in Richtung $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ ist, indem Sie den Schnittpunkt von E_{xz} mit einer Geraden mit Richtung $\vec{v}$ durch einen beliebigen Punkt $\vec{p} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ berechnen.

c) Wie kann man mit Hilfe einer Matrix M die Projektion eines Punktes $\vec{p} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ auf die (x,y)-Ebene E_{xy} in Richtung $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ darstellen?

Teil B

Ihre Lösungen dieser Woche (zu allen Übungsblättern als EIN pdf-Dokument) laden Sie bitte spätestens **bis 09.05.** auf RWTH-Moodle hoch.

Abgabeaufgabe 14-1

a) Berechnen Sie: [1 Punkt]

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

b) Bestimmen Sie die Werte der Variablen: [2 Punkte]

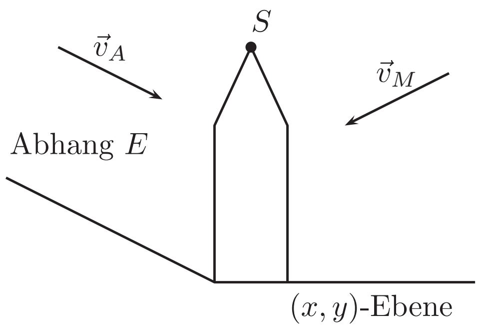
$$\begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 10 \\ c \end{pmatrix}$$

Abgabeaufgabe 14-2

Im Tal ((x, y)-Ebene) steht am Fuße eines Abhangs eine Kirche.

Der Abhang liegt auf der Ebene E mit

$$E = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \middle| \; x_1 + 4x_3 = 0 \right\}.$$



Die Kirchturmspitze hat die Koordinaten $S = (5\,|\,5\,|\,25)$.

Am Morgen scheint die Sonne in Richtung $\vec{v}_M$, am Abend in Richtung $\vec{v}_A$ mit

$$\vec{v}_M = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{v}_A = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

a) Morgens fällt der Schatten der Kirchturmspitze auf den Abhang. Berechnen Sie den Schattenpunkt der Kirchturmspitze. [2 Punkte]

b) Abends fällt der Schatten auf das Tal. Berechnen Sie den Schattenpunkt eines beliebigen Punkts $P = (x, y, z)$ auf der (x, y)-Ebene. [2 Punkte]

c) Schreiben Sie die Projektion eines beliebigen Punkts $P = (x, y, z)$ auf die (x, y)-Ebene in Richtung $\vec{v}_A$ mithilfe einer Matrix. [2 Punkte]

d) Berechnen Sie mit dieser Matrix den Schattenpunkt der Kirchturmspitze am Abend. [1 Punkt]