Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever | Günter Mänz

SS 2021

Guter Studienstart (ETOS/BIOS/Nulltes Semester)
12. Übungsblatt zur Mathematik

Teil A

Aufgabe 1

Geben Sie mehrere Vektoren $\vec{b} \in \mathbb{R}^3$ an mit $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Überlegen Sie sich zunächst anschaulich, welche $\vec{b}$ in Frage kommen, und rechnen Sie dann.

Aufgabe 2

Welche Punkte auf der Geraden $g = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} \,\middle|\, \lambda \in \mathbb{R} \right\}$ haben

a) von $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ den Abstand 3,

b) von $\begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ den Abstand 5?

Aufgabe 3

Betrachtet wird das Dreieck mit den Eckpunkten

$$A = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Gesucht ist der Lotfußpunkt L des Lots von C auf die Seite $\overline{AB}$ bzw. auf die Gerade g, auf der diese Seite liegt.

Berechnen Sie L auf drei verschiedene Arten:

a) Bestimmen Sie L als Schnittpunkt von g und der Geraden h, die durch C führt und senkrecht zu g ist.

b) Bestimmen Sie L als den Punkt auf g, so dass der Verbindungsvektor von L zu C senkrecht auf dem Richtungsvektor von g steht.

c) Bestimmen Sie L als nächstliegenden Punkt auf g an C, indem Sie den Abstand $d(\lambda)$ von C zu einem allgemeinen Punkt der Geraden g in Abhängigkeit von dem Parameter λ berechnen und die Minimalstelle der Funktion $d(\lambda)$ bestimmen.

Berechnen Sie schließlich die Höhe und damit die Fläche des Dreiecks.

Teil B

Ihre Lösungen dieser Woche (zu allen Übungsblättern als EIN pdf-Dokument) laden Sie bitte spätestens **bis 09.05.** auf RWTH-Moodle hoch.

Abgabeaufgabe 12-1

Gegeben sind die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Sie sind die Ortsvektoren der Punkte A, B und C. g ist die Gerade durch A und B.

a) Berechnen Sie $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{a} \times \vec{c})$. [1 Punkt]

b) Gesucht ist der Lotfußpunkt L des Lots von C auf die Gerade g. Berechnen Sie L als den Punkt auf g, für den der Verbindungsvektor von L zu C senkrecht auf dem Richtungsvektor von g steht. [2 Punkte]

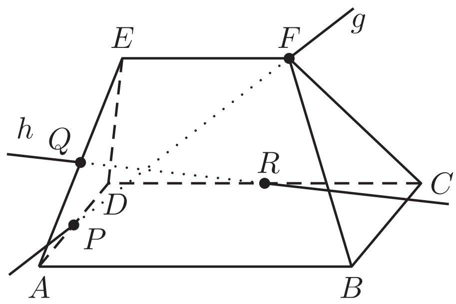
Abgabeaufgabe 12-2

Im dreidimensionalen Raum ist der nebenstehende Körper mit folgenden Eckpunkten gegeben:

$$A = (0\,|\,0\,|\,0), \quad B = (0\,|\,8\,|\,0),$$

$$C = (-6\,|\,8\,|\,0), \quad D = (-6\,|\,0\,|\,0),$$

$$E = (-3\,|\,1\,|\,5), \quad F = (-3\,|\,6\,|\,5),$$



Die Punkte P, Q und R sind jeweils die Mittelpunkte der betreffenden Kanten. g ist die Gerade durch P und F, h ist die Gerade durch Q und R. Die Zeichnung ist nicht maßstabgetreu. Die Maße sind in der Einheit cm.

a) Ermitteln Sie für g und h jeweils eine Parameterform. [2 Punkte]

b) Berechnen Sie, ob die Geraden sich schneiden, und geben Sie ggfs. den Schnittpunkt an. [2 Punkte]

c) Untersuchen Sie rechnerisch, ob das Dreieck BCF gleichschenklig ist. [2 Punkte]

d) Berechnen Sie mithilfe des Vektorprodukts den Flächeninhalt des Dreiecks BCF. [1 Punkt]